

Werken aan basisvaardigheden rekenen-wiskunde in alle vakken

getallen/
getalbegrip

procenten en
verhoudingen

lands
reke
aardrijkskunde
scheikunde

werken met
formules

meten &
maten

representaties
grafieken en
tabellen

Op onze school
rekenen wij zo



Colofon

Werken aan basisvaardigheden rekenen-wiskunde in alle vakken

expertisepunt
rekenen-wiskunde

Expertisepunt rekenen-wiskunde - exprw.nl

Samenstelling
Monica Wijers
Heleen van der Ree
Vincent Jonker

Dit boekje is een praktische handreiking voor alle docenten in het voortgezet onderwijs, en kan worden gedownload via de website exprw.nl

Het boekje is inmiddels gebruikt tijdens conferenties op 15 juni 2023, 23 januari, 27 maart en 26 september 2024. Aan deze conferenties werken mee:

Nelleke den Braber, NHL Stenden
Johan Brons, SLO
Els Franken, NVvW, en Windesheim
Kees Hooyman, NVON
Vincent Jonker, Universiteit Utrecht
Wilco Meijer, OCW
Heleen van der Ree, NVvW
Harm Selten, SLO
Ebrina Smallegange, NVvW
Suzanne Sjoers, SLO
Monica Wijers, Universiteit Utrecht

Meer achtergronden en lesmateriaal zijn te vinden op exprw.nl (website van het Expertisepunt Rekenen-Wiskunde).

Werken aan basisvaardigheden rekenen-wiskunde in alle vakken

Wiskunde is geen op zichzelf staand vak: de dingen die leerlingen bij wiskunde leren worden toegepast in heel veel andere vakken. De Onderwijsraad¹ gaf een belangrijke aanbeveling op dit vlak:

Veranker taal en rekenen in andere vakken en leergebieden:

- De taal- en rekenontwikkeling van leerlingen krijgt nog onvoldoende aandacht bij andere vakken, waardoor veel kansen onbenut blijven.
- Onderwijs in andere vakken biedt betekenisvolle en effectieve contexten voor het taal- en rekenonderwijs. En andersom is een goede taal- en rekenvaardigheid van leerlingen en studenten voorwaardelijk voor het ontwikkelen van kennis in alle andere schoolvakken.
- Het oefenen van taal en rekenen moet daarom niet geïsoleerd plaatsvinden, maar betekenisvol ingebed worden in de vakken en leergebieden, waarmee het onderwijs in taal en rekenen de verantwoordelijkheid is van alle leraren.

Deze gedachte van afstemming tussen de vakken op het gebied van rekenen-wiskunde hebben we kort getypeerd voor vijf 'gebieden':

- Getallen/getalbegrip
- Werken met formules
- Representaties: grafieken en tabellen
- Verhoudingen en procenten
- Meten en maten

Dit is geen toevallige opsomming van onderwerpen. Leerlingen hebben vaak moeite met de vaardigheden in deze gebieden, dus dat kan een extra motivatie zijn om hier aandacht te besteden in alle vakken.

¹ *Taal en rekenen in het vizier*. (2022). Onderwijsraad.

https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/2022_onderwijsraad_taal_en_rekenen_in_het_vizier.pdf

Kerdoelen rekenen-wiskunde

In september 2023 zijn concept-kerndoelen gepubliceerd wat betreft rekenen-wiskunde². Voor 'rekenbewust vakonderwijs' is het interessant te zien hoe de uitwerking is gemaakt in 'Domein D - Wiskunde en de wereld', en dan vooral de kerndoelen 14 en 15.

Kerdoel 14 - Wiskunde in de werkelijkheid

De leerling herkent en gebruikt wiskunde in dagelijkse, maatschappelijke en beroepsmatige situaties.

<p>Het gaat hierbij om:</p> <ul style="list-style-type: none">• gebruiken van getallen en andere wiskundige concepten in concrete, voor de leerling relevante dagelijkse en beroepsmatige situaties;• inzetten van wiskundige instrumenten voor gebruik bij meten en andere praktische handelingen;• wiskunde gebruiken bij het nemen van beslissingen;• herkennen dat met grafische representaties een bepaalde boodschap wordt overgebracht of benadrukt;• gebruiken en beoordelen van wiskundige informatie uit de samenleving, de media en een beroepscontext bij het vormen van een mening.• herkennen hoe wiskunde in allerlei beroepen op uiteenlopende manieren een rol speelt.	<p>Te denken valt aan:</p> <ul style="list-style-type: none">• interpreteren van situaties met behulp van wiskunde;• gebruiken van wiskunde om de juistheid van berichten in de media te beoordelen;• benoemen van onzichtbare wiskunde, bijvoorbeeld in digitale middelen en de media;• verschillen in de wereld verkennen met behulp van wiskunde, bijvoorbeeld verschillen in inkomen, bevolkingsdichtheid, klimaat.
--	--

Kerdoel 15 - Wiskunde in de andere leergebieden

De school ondersteunt het gebruik van wiskunde in andere leergebieden

<p>Het gaat hierbij om:</p> <ul style="list-style-type: none">• laten zien hoe andere leergebieden wiskundetaal en• wiskundige representaties toepassen;• laten zien hoe getallen en andere wiskundige concepten in andere leergebieden voorkomen;• afstemmen hoe rekenwijzen en andere wiskundige aanpakken bij verschillende leergebieden worden• uitgevoerd;• gebruiken van wiskundige instrumenten in andere• leergebieden;• toepassen van modelgebruik en algoritmisch denken in andere leergebieden.	<p>Te denken valt aan:</p> <ul style="list-style-type: none">• gebruiken van de wiskundige structuren in plattegronden en kaarten, zoals schaallijn,• coördinaten en hoogtelijnen;• de wet van Ohm in formulevorm van $U = I \times R$ gebruiken bij het oplossen van een natuurkundig probleem;• benoemen van snelheid en prijs als samengestelde grootheden en hiermee berekeningen uitvoeren;• berekeningen met procenten en andere wiskundige bewerkingen;• laten zien van patronen en structuren in kunst en creatieve uitingen
---	--

Kort gezegd: met deze kerndoelen (die vanaf september 2024 'uitgeprobeerd' gaan worden) ontstaan meer mogelijkheden voor 'wiskunde in de andere vakken'.

² *Concept kerndoelen rekenen-wiskunde*. (2023).

https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/20230928_conceptkerndoelen_rekenen_en_wiskunde_toelichtingsdocument.pdf

Getallen/getalbegrip . . . bij rekenen/wiskunde

Bij rekenen-wiskunde wordt het getalbegrip langzaam uitgebreid: eerst zijn er alleen natuurlijke getallen (om te tellen), dan komen er soorten bij, zoals kommagetallen en breuken, negatieve getallen en irrationale getallen (wortels en pi).

Ook komen er diverse notaties voor: decimale notatie, breuken met teller en noemer, een min als aanduiding voor negatieve getallen, miljoen en miljard als maat, exponenten (machten) en de wetenschappelijke notatie, worteltekens etc.

Er wordt aandacht besteed aan 'referentie-maten en -getallen': koppelen aan persoonlijke kennis, zoals een stap is ongeveer een meter, e.d.

Leerlingen moeten deze getallen herkennen, interpreteren (orde grootte, vergelijken etc.), met elkaar in verband brengen, noteren op papier en in de rekenmachine en ermee schatten en rekenen (ook met de rekenmachine).

Getallen/getalbegrip . . . in de andere vakken

Aardrijkskunde

Zie: <https://rekenenmetaardrijkskunde.wordpress.com/>

Rekenen aan bevolkingscijfers

Biologie

b	In de tabel hiernaast zie je de groei van salmonella bij verschillende temperaturen. Wat is de generatietijd bij 10 °C?	tijd (uur)	0	10	20
		aantal cellen bij 10 °C	10	20	40
		aantal cellen bij 23 °C	10	327 680	10 737 418 240

Economie

Berekening	Inkomen per hoofd van de bevoling = nationaal inkomen ÷ aantal inwoners
Voorbeeld	<p>Nationaal inkomen Nederland: € 680 miljard. Aantal inwoners: 16,9 miljoen.</p> <ul style="list-style-type: none">• € 680 miljard = € 680.000.000.000• 16,9 miljoen = 16 900 000• € 680.000.000.000 ÷ 16 900 000 = € 40.247 inkomen per inwoner. <p>Tip: Als je grote getallen door elkaar deelt, kun je wel links als rechts van het deelteken hetzelfde aantal nullen wegstrepen. De uitkomst blijft dan hetzelfde.</p> <p>Als je in het voorbeeld hierboven links en rechts 5 nullen wegstreept, krijg je</p> $€ 680.000.000.000 \div 16\ 900\ 000 = € 40.247$

Werken met formules . . . bij rekenen/wiskunde

Niet alleen bij wiskunde maar ook in andere vakken worden formules gebruikt. Bij wiskunde hebben de formules vaak (maar) twee variabelen, soms worden deze als betekenisvolle woorden in een woordformule gezet, maar meestal worden ze x en y genoemd.

Bij andere vakken komen juist formules voor met meer dan twee variabelen. Die variabelen staan bij NaSk meestal voor specifieke grootheden, zoals in de wet van Ohm of de lenzenformule.

Ook bij economie en aardrijkskunde komen formules voor met diverse vakspecifieke variabelen. Leerlingen gebruiken deze formules vooral om mee te rekenen (waarden invullen).

Werken met formules . . . in de andere vakken

Economie

$$M = P_x x + P_y y$$

M = inkomen (budget)

P_x, P_y = prijs van product x , prijs van product y

x, y = hoeveelheid van product x , hoeveelheid van product y

NaSk

$$\text{dichtheid} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

Of in symbolen:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Hierin is:

- ρ (rho, spreek uit: 'roo') de dichtheid in gram per kubieke centimeter (g/cm^3);
- m de massa in gram (g);
- V het volume in kubieke centimeter (cm^3).

Aardrijkskunde

$$\text{geboortecijfer} = \frac{\text{aantal geboorten}}{\text{aantal inwoners}} \times 1.000$$

Het geboortecijfer wordt uitgedrukt in promille (‰). Promille betekent letterlijk 'per duizend'.

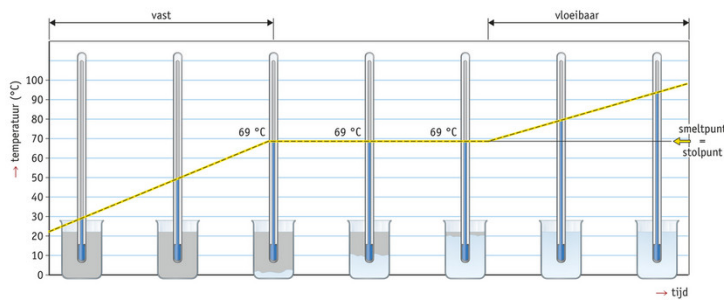
Representaties: Grafieken en tabellen . . . bij rekenen/wiskunde

Bij wiskunde komen grafieken en tabellen voor in twee domeinen. Bij het onderdeel *verbanden* gaat het om grafieken van verschillende soorten verbanden zoals lineair, kwadratisch en exponentieel, meestal in samenhang met bijbehorende formules en tabellen.

Bij statistiek komen een variatie aan soorten grafieken en diagrammen voor. Deze variatie zien we ook bij andere vakken. Leerlingen zijn daar vooral bezig met aflezen en interpreteren.

Representaties: Grafieken en tabellen . . . in de andere vakken

Nask



figuur 4 Het smeltdiagram van stearinezuur.

Economie



Biologie

- b In de tabel hiernaast zie je de groei van salmonella bij verschillende temperaturen. Wat is de generatietijd bij 10 °C?

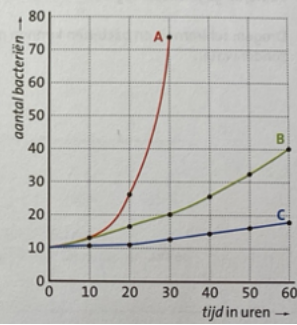
tijd (uur)	0	10	20
aantal cellen bij 10 °C	10	20	40
aantal cellen bij 23 °C	10	327 680	10 737 418 240

- c Is de generatietijd bij 23 °C groter of kleiner dan bij 10 °C?
Omcirkel en leg je antwoord uit.

Groter / Kleiner, want _____

- d Lijn B in het diagram hiernaast geeft de groei van *Bacillus cereus* bij 10 °C weer. *Bacillus cereus* is ook een bacterie die voedselbederf veroorzaakt. Groeit deze bacterie sneller of langzamer dan salmonella? Omcirkel en leg uit.

Sneller / Langzamer, want _____



Lijn B geeft de groei van *Bacillus cereus* bij 10 °C weer.

Verhoudingen en procenten . . . bij rekenen/wiskunde

Verhoudingen en procenten komen in veel situaties en gedaanten voor. Bijvoorbeeld een verhouding bij wiskunde als een evenredig (lineair) verband, bij gelijkvormigheid en goniometrie; procenten als groeifactor bij exponentiele verbanden.

Ook in diverse andere vakken en contexten wordt met verhoudingen gewerkt. Bijvoorbeeld bij samengestelde grootheden zoals snelheid (natk) en dichtheid (nask, ak), bij rente en BTW (ec).

Het is belangrijk dat leerlingen herkennen wanneer er sprake is van een verhouding (bijvoorbeeld een % en breuk herkennen als verhouding) en dat ze verhoudingsgewijs kunnen rekenen.

Verhoudingen en procenten . . . in de andere vakken

Biologie

Om te onderzoeken of iemand een verhoogde kans heeft op hart- en vaatziekten bepaalt een arts onder andere de verhouding tussen totaal cholesterol en HDL-cholesterol. Dit is de cholesterolratio.

a	Waarom is de verhouding tussen totaal cholesterol en HDL-cholesterol een betere voorspeller van hart- en vaatziekten dan alleen het totale cholestreolgehalte in het bloed?			
b	Je berekent de cholesterolratio door het totale cholesterolgehalte te delen door het gehalte aan HDL-cholesterol. Bekijk de waarden in de tabel hiernaast. Welke patiënt heeft de grootste kans op hart- en vaatziekten? Leg je antwoord uit.	patiënt	totaal cholesterol (mmol/l)	HDL-cholesterol (mmol/l)
		mevrouw Brouwer	6,2	1,7
		meneer Schulte	4,5	0,9
		meneer Yilmaz	3,0	1,2

Aardrijkskunde

De schaal van een kaart is 1: 10.000.

- A. Hoeveel meter is 1 centimeter op de kaart in werkelijkheid?
- B. Neem de onderstaande verhoudingstabel over en vul hem verder in.

cm op de kaart	1	2	3	4	5	6
cm in werkelijkheid	10.000					

- C. Hoeveel meter is 7 centimeter op de kaart in werkelijkheid?

Economie

Prijs inclusief btw = prijs exclusief btw \times 1,21 of 1,09
Prijs exclusief btw = prijs inclusief btw \div 1,21 of 1,09

14 Neem tabel 6 over en vul in. Kies ook welk belastingtarief van toepassing is bij het gevraagde product.

Artikel	Prijs ex. btw	Btw	Prijs incl. btw
Agenda	€ 13,45	...	€ ...
Stoel	€	€ 250,47
Melk	€	€ 1,00
Kaas	€ ...	0,48	€ ...

Nask

Het reactieschema en de massaverhouding voor de verbranding van fosfor zijn:
fosfor + zuurstof \rightarrow difosforpentaoxide

31 : 40 : 71

Bereken hoeveel gram zuurstof nodig is voor de verbranding van 13 g fosfor.

Meten en maten . . . bij rekenen/wiskunde

Meten en maten is de 'dagelijkse' naam voor het onderdeel grootheden en eenheden. Bij wiskunde wordt, in de hogere leerjaren, vaak gewerkt met 'kale' getallen zonder eenheid, toch hoort kennis van voorvoegsels en het decimale (metrieke) stelsel wel bij dit vakgebied.

In veel methodes is wel aandacht voor 'referentiematen' (maten waar je je iets bij voor kunt stellen, die betekenis hebben: pak suiker is 1 kg, 5 km lopen in een uur, e.d.).

In de andere natuurwetenschappelijke vakken komen weinig onbenoemde getallen voor en is het werken met grootheden en eenheden een belangrijk onderdeel. Leerlingen kunnen diverse meetinstrumenten aflezen en (om)rekenen met grootheden en eenheden.

Meten en maten . . . in de andere vakken

Natk

- b** In tabel 2 zie je een overzicht van grootheden en eenheden die je gebruikt om de elektrische energie te berekenen die een apparaat verbruikt.
Noteer de ontbrekende woorden en letters in de tabel.

tabel 2 Grootheden en eenheden.

grootheid	symbool	eenheid	symbool
			kWh
energie			
		seconde	
			h

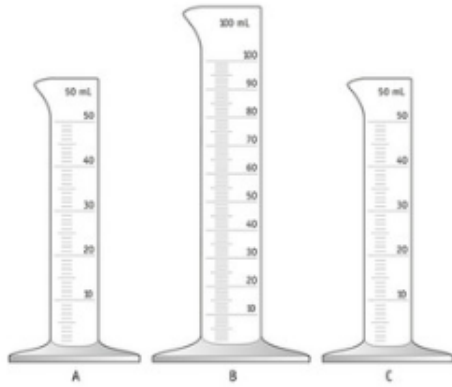
Aardrijkskunde

- Kaapstad ligt op 44 meter hoogte
- De gemiddelde jaartemperatuur is in Kaapstad 16,3 graden Celsius.
- De gemiddelde jaarlijkse neerslag is 523 mm.

Nask

- In maatcilinder A zit 45 mL water.
- In maatcilinder B zit 67 mL water.
- In maatcilinder C zit 21 mL water.

Teken in elke maatcilinder de hoogte van het water.



afbeelding 9 Hoe hoog staat het water?

Bronnen

Expertisepunt rekenen-wiskunde exprw.nl	Achtergronden bij basisvaardigheden rekenen-wiskunde
Rekenbewust vakonderwijs elwier.nl/rbvo	Diverse lesmaterialen en verwijzingen naar ideeën en bronnen, zoals: <ul style="list-style-type: none">• rekengroen• rekenvoort• salvo• vakoverstijgend rekenen

Literatuur

Overgenomen van elwier.nl/rbvo

Bakker, A. (2014). Het Fizioer gericht op ... wiskunde van de 21ste eeuw. *Euclides*, 89(5), 14.

Balling, F. (2012). Het metriek stelsel; Eerst begrip, dan de formule. *Volgens Bartjens*, 31(Special vo/mbo 2), Article 4594.

Doorman, M., & Eijkelhof, H. M. C. (2017). Het Fizioer gericht op... Grafieken en de samenhang tussen de bètavakken. *Euclides*, 92(4), 37-39, Article 7718.

Hooyman, K., & Jonker, V. (2022). Vakoverstijgend rekenen. Een wereld van verschil. *Euclides*, 98(2).

Hooyman, K., & Mooldijk, A. (2017). Rekenen helpt bij wiskunde, science economie. *NVOX*, nov 2017, 492-493, Article 8050.

Jonker, V., & Wijers, M. (2011). Rekenen in het vmbo. De aanpak van College Vos. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs*, 31(1), 29-32, Article 3780. https://www.fisme.science.uu.nl/wiskrant/artikelen/311/311september_jonker-wijers.pdf

Jonker, V., & Wijers, M. (2012). Functioneel rekenen. Rekenen in andere vakken. *Volgens Bartjens*, 31(Special vo/mbo 2), 29-31, Article 4593. https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/2011_jonker_functioneel_rekenen.pdf

Rijborz, J. D. (2018). Op zoek naar een vakoverstijgende didactiek voor rekenen-wiskunde en aardrijkskunde. *Volgens Bartjens - ontwikkeling en onderzoek*, 37(5), 41-50, Article 8080.

Stone, J. R. I., Alfeld, C., & Pearson, D. (2008). Rigor and relevance: Testing a model of enhanced math learning in career and technical education. *American Education Research Journal*, 45(3), 767-795, Article 3734. https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/2008_stone_nrccte_rigor_and_relevance.pdf

Wijers, M., & Jonker, V. (2011). *Zit er rekenen in de vmbo schoolvakken? Onderzoek naar de aard (relevantie, inhoud en plek) van rekenvaardigheden binnen vmbo schoolvakken.*

Bijlage

NVvW en Platform Rekenbewust vakonderwijs organiseerden op verschillende locaties, samen met KNAG, Vecon en NVON, een conferentie voor docenten van onderbouw vmbo en havo/vwo over de basisvaardigheden rekenen-wiskunde in alle vakken.

Een van de moeilijkste dingen voor leerlingen is om te herkennen wat ze bij het ene vak leren eigenlijk hetzelfde is als ze bij een ander vak leren. We krijgen dan ook vaak van docenten de vraag: hoe gaan andere scholen hiermee om. Hoe krijgen we de leerlingen zo ver om bij economie of natuurkunde toe te passen wat ze bij wiskunde geleerd hebben?

Tijdens deze conferentie bieden we je handvatten om hiermee op een manier die bij jou en je collega's past om te gaan. Voor deze conferentie is het noodzakelijk dat je met minimaal twee docenten van je school komt. Een wiskundeleraar en een docent van een ander vak, zoals bv economie, natuurkunde, scheikunde, biologie of aardrijkskunde. Samen gaan jullie, onder begeleiding, aan de slag met het leren van elkaars aanpak, je gaat kijken of je tot een gezamenlijke aanpak kunt komen die bij jouw school en collega's past.

Het is een praktische conferentie, waar je zelf aan de slag gaat om het onderwijs in jouw school voor alle leerlingen herkenbaarder te maken. Het resultaat van deze middag zal een poster zijn, die je in jouw school, in jouw klassen kunt ophangen. Een poster, speciaal voor jouw school.

Programma

15:00 – 15:10 Opening

15:10 – 15:40 Basisvaardigheden, wat zijn het eigenlijk

15:50 – 16:45 Onderwijs café om van elkaar te leren

16:45 – 18:00 Werken aan de posters

18:00 – 18:30 Diner

18:30 – 19:30 Afwerking en conclusies